

I KOLOKVIJUM IZ PREDMETA TEORIJA VEROVATNOĆA
23.01.2016.

1. Gustina raspodele slučajne promenljive (X, Y) je

$$g(x, y) = \begin{cases} 3x, & 0 \leq y \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

a) Odrediti uslovnu funkciju raspodele slučajne promenljive X , pod uslovom $Y \in \left[\frac{3}{4}, 1\right]$.

b) Odrediti disperziju slučajne promenljive $X - Y$.

2. Gustina raspodele slučajne promenljive (X, Y) je

$$g(x, y) = \begin{cases} 2e^{-x-y}, & 0 < x < y, \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

a) Odrediti gustinu raspodele slučajne promenljive $Z = X - Y + 2$.

b) Ako je

$$U = 2X, \quad V = Y - X,$$

ispitati nezavisnost slučajnih promenljivih U i V .

I KOLOKVIJUM IZ PREDMETA TEORIJA VEROVATNOĆA
23.01.2016.

1. Gustina raspodele slučajne promenljive (X, Y) je

$$g(x, y) = \begin{cases} 3x, & 0 \leq y \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

a) Odrediti uslovnu funkciju raspodele slučajne promenljive X , pod uslovom $Y \in \left[\frac{3}{4}, 1\right]$.

b) Odrediti disperziju slučajne promenljive $X - Y$.

2. Gustina raspodele slučajne promenljive (X, Y) je

$$g(x, y) = \begin{cases} 2e^{-x-y}, & 0 < x < y, \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

a) Odrediti gustinu raspodele slučajne promenljive $Z = X - Y + 2$.

b) Ako je

$$U = 2X, \quad V = Y - X,$$

ispitati nezavisnost slučajnih promenljivih U i V .

I POPRAVNI KOLOKVIJUM IZ PREDMETA TEORIJA VEROVATNOĆA
11.02.2016.

1. Neka je

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{10}{3^5}x^2y, & 0 \leq y \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

gustina raspodele slučajne promenljive (X, Y) . Odrediti:

- (6.5) funkciju raspodele slučajne promenljive (X, Y) ;
- (6) uslovnu funkciju raspodele slučajne promenljive X , pod uslovom da je $Y < 2$ i $X \in [2, 3]$.

2. Neka je

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{10}{3^5}x^2y, & 0 \leq y \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

gustina raspodele slučajne promenljive (X, Y) . Odrediti:

- (6.5) gustinu raspodele slučajne promenljive

$$U = XY;$$

- (6) kovarijansu slučajnih promenljivih X i Y .

I POPRAVNI KOLOKVIJUM IZ PREDMETA TEORIJA VEROVATNOĆA
11.02.2016.

1. Neka je

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{10}{3^5}x^2y, & 0 \leq y \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

gustina raspodele slučajne promenljive (X, Y) . Odrediti:

- (6.5) funkciju raspodele slučajne promenljive (X, Y) ;
- (6) uslovnu funkciju raspodele slučajne promenljive X , pod uslovom da je $Y < 2$ i $X \in [2, 3]$.

2. Neka je

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{10}{3^5}x^2y, & 0 \leq y \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

gustina raspodele slučajne promenljive (X, Y) . Odrediti:

- (6.5) gustinu raspodele slučajne promenljive

$$U = XY;$$

- (6) kovarijansu slučajnih promenljivih X i Y .

II KOLOKVIJUM IZ PREDMETA TEORIJA VEROVATNOĆA
24.02.2016.

1. (10) Slučajne promenljive $\{X_n, n \in N\}$ imaju uniformnu raspodelu na skupu $(0, \frac{1}{n^2}) \cup (1, 1 + \frac{1}{n})$. Ispitati konvergenciju datog niza u raspodeli, verovatnoći i srednje kvadratnu konvergenciju.
2. (7) Slučajne promenljive U i V su nezavisne i imaju istu $\mathcal{N}(0, 1)$ raspodelu. Neka je

$$X = m_1 + \sigma_1 U, \quad Y = m_2 + \sigma_2 \rho U + \sigma_2 \sqrt{1 - \rho^2} V, \quad m_1, m_2 \in R, \sigma_1, \sigma_2 > 0, \rho \in [-1, 1].$$

Odrediti karakterističnu funkciju slučajne promenljive (X, Y) . Koji tip raspodele ima slučajna promenljiva (X, Y) ?

3. (8) Proučava se evolucija određenog gena kod zečeva, pri čemu se taj gen javlja u obliku A ili a . Svaki zec ima par takvih gena i to: AA (dominantan), aa (recesivan) ili Aa (hibridni, pri čemu poredak A i a nije relevantan, tj. Aa je isto što i aA). Prilikom ukrštanja zečeva, potomci nasledjuju po jedan gen od oba roditelja sa jednakim verovatnoćama. Početno stanje lanca Markova predstavljaju genetske karakteristike (mogući parovi gena) proizvoljnog zeca. Stanje lanca Markova posle jednog koraka predstavljaju genetske karakteristike zeca koji je nastao ukrštanjem prvog zeca sa hibridnim. Naredno stanje lanca Markova predstavljaju genetske karakteristike zeca koji je nastao ukrštanjem drugog zeca sa hibridnim. Prema tome, svako naredno stanje lanca Markova predstavljaju genetske karakteristike zeca koji je nastao ukrštanjem zeca iz prethodne generacije sa hibridnim.

- a) Odrediti matricu verovatnoća prelaza za jedan korak.
- b) Ako prvi zec ima dominantan par gena, odrediti raspodelu genetskih karakteristika zeca druge generacije.
- c) Koja će genetska karakteristika biti najverovatnija posle neograničenog broja generacija?

II KOLOKVIJUM IZ PREDMETA TEORIJA VEROVATNOĆA
24.02.2016.

1. (10) Slučajne promenljive $\{X_n, n \in N\}$ imaju uniformnu raspodelu na skupu $(0, \frac{1}{n^2}) \cup (1, 1 + \frac{1}{n})$. Ispitati konvergenciju datog niza u raspodeli, verovatnoći i srednje kvadratnu konvergenciju.
2. (7) Slučajne promenljive U i V su nezavisne i imaju istu $\mathcal{N}(0, 1)$ raspodelu. Neka je

$$X = m_1 + \sigma_1 U, \quad Y = m_2 + \sigma_2 \rho U + \sigma_2 \sqrt{1 - \rho^2} V, \quad m_1, m_2 \in R, \sigma_1, \sigma_2 > 0, \rho \in [-1, 1].$$

Odrediti karakterističnu funkciju slučajne promenljive (X, Y) . Koji tip raspodele ima slučajna promenljiva (X, Y) ?

3. (8) Proučava se evolucija određenog gena kod zečeva, pri čemu se taj gen javlja u obliku A ili a . Svaki zec ima par takvih gena i to: AA (dominantan), aa (recesivan) ili Aa (hibridni, pri čemu poredak A i a nije relevantan, tj. Aa je isto što i aA). Prilikom ukrštanja zečeva, potomci nasledjuju po jedan gen od oba roditelja sa jednakim verovatnoćama. Početno stanje lanca Markova predstavljaju genetske karakteristike (mogući parovi gena) proizvoljnog zeca. Stanje lanca Markova posle jednog koraka predstavljaju genetske karakteristike zeca koji je nastao ukrštanjem prvog zeca sa hibridnim. Naredno stanje lanca Markova predstavljaju genetske karakteristike zeca koji je nastao ukrštanjem drugog zeca sa hibridnim. Prema tome, svako naredno stanje lanca Markova predstavljaju genetske karakteristike zeca koji je nastao ukrštanjem zeca iz prethodne generacije sa hibridnim.

- a) Odrediti matricu verovatnoća prelaza za jedan korak.
- b) Ako prvi zec ima dominantan par gena, odrediti raspodelu genetskih karakteristika zeca druge generacije.
- c) Koja će genetska karakteristika biti najverovatnija posle neograničenog broja generacija?